

# עבודה ואנרגיה

נניח שכות קבוע שקול בוחל גוף בעל מסה  $m$ .  
הגוף מתחיל ממנוחה  $v_1$ , ועקב התאוצה הקבועה  $a$ ,  
הוא מגיע למהירות  $v_2$  במסלול  $\Delta x$ .

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$x - x_0 = \Delta x = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$\left( \right)^2 \begin{cases} v_2 = v_1 + aT \\ v_2^2 = v_1^2 + 2aTv_1 + a^2T^2 \\ v_2^2 = v_1^2 + 2a \left( v_1 T + \frac{aT^2}{2} \right) \end{cases} \quad T \text{ מסלול}$$

$$\boxed{v_2^2 = v_1^2 + 2a \Delta x} \rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2\vec{a} \cdot \Delta \vec{r}$$

$$\vec{F}^{\text{NET}} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}^{\text{NET}}}{m} \quad \text{על חוק II של ניוטון:}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2\vec{F}^{\text{NET}} \Delta \vec{r}}{m} \xrightarrow{\frac{m}{2} \text{ כפל}} \frac{m v_2^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} + \vec{F}^{\text{NET}} \Delta \vec{r}$$

$$\vec{F}^{\text{NET}} \Delta x = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}$$

WORK

$$W = F_{NET} \Delta x \quad \text{עבודה}$$

העבודה

KINETIC ENERGY

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad \text{אנרגיה קינטית}$$

WORK-ENERGY THEOREM

$$W_{NET} = K_2 - K_1$$

$$W_{NET} = \Delta K \quad \text{משפט עבודה-אנרגיה}$$

$$W_{NET} = F_{NET} \Delta x = (F_1 + F_2 + F_3 + \dots) \Delta x = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

$$[W] = [K] = [F][\Delta x] = [m][v^2] = M L^2 T^{-2}$$

אנרגיה  
עבודה  $W, K \quad (N \cdot m) = (kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}) = J \quad \text{JOULE}$

J : JOULE : כאול ע-פ' ס'יקא' JAMES PRESCOTT SOULE

תרגיל

גוף משוחרר מגובה מ 25. מה תהייה מהירותו ברגע הפגיעה בקרקע?

רק כוח המשקל פועל על הגוף  $F = mg$

$$W_{NET} = \Delta K = K_f - K_i = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$

$$F_{NET} \cdot \Delta x = mg \Delta x = \frac{mv_f^2}{2}$$

$$v_f^2 = 2g \Delta x$$

$$v_f = \sqrt{2g \Delta x} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 25} = 22 \text{ m/s}$$

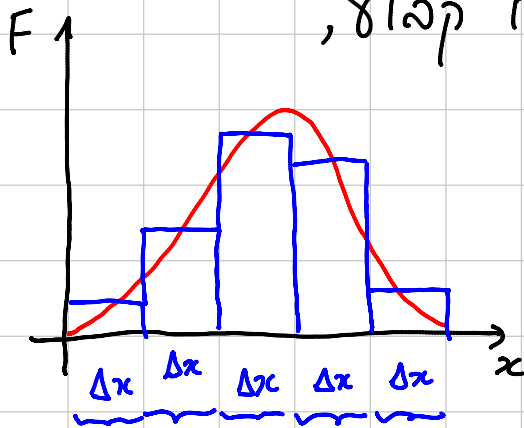
א. כמה עבודה נדרשת כדי להאיץ בדורגל בעל מסה  $m=0.430 \text{ kg}$  למהירות  $50 \text{ km/h}$ ?  
 ב. אם הרגל הייתה במגע עם הכדור לאורך  $0.5 \text{ m}$ , מה היה הכוח הממוצע שהרגל הפעילה על הכדור?

X

$$W^{NET} = \Delta K = K_2 - K_1 = \frac{m v_2^2}{2} = \frac{0.430 \cdot (50)^2}{2 \cdot (3.6)^2} = 41.5 \text{ J}$$

1

כוח ההציטה כנראה לא היה כוח קבוע,

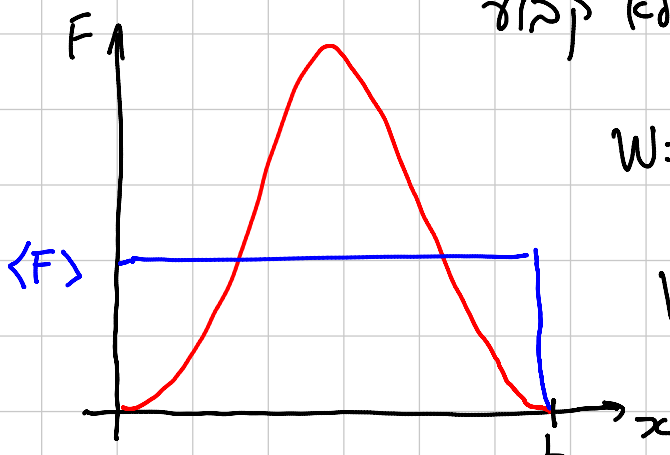


אך אפשר לחשוב עליו כאסופה של כוחות קבועים. בכל אחד מהמלבנים הכוחות היו הכוח היה קבוע לאורך מרחק קצר  $\Delta x$ . העבודה הכוללת תהיה העבודה שנעשתה בכל אחד מהמלבנים הנפרדים, כואש הנוסחה

$W = F \cdot \Delta x$  תקפה. הבטל  $\Delta x$  נקבל הרבה פרמטרים פקוד, וקטטה הכוללת בין העקומה האפומה לציר ה-x היא העבודה.

$$W = \int F dx$$

הכוח הממוצע הוא בשטח הערך של  $F$  שנומ שטח  $W$  שיהיה לשטח של הכוח (הא קבוע



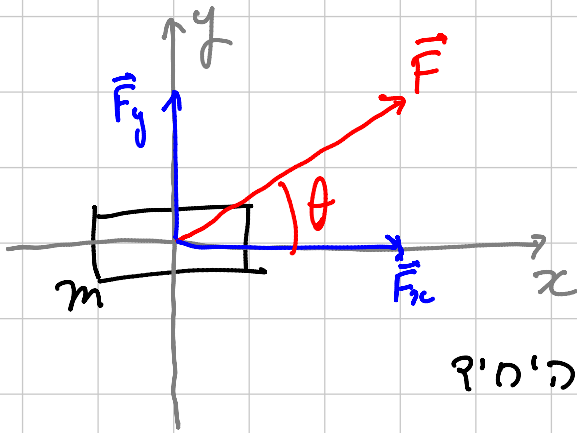
$$W = \int F dx = \langle F \rangle L$$

לכן:

$$W = 41.5 = \langle F \rangle \cdot 0.5$$

$$\langle F \rangle = 82.9 \text{ N}$$

מה היה קורה אילו הייתה זווית בין הכוח הצומח לכוון ההתקדמות של האוף?



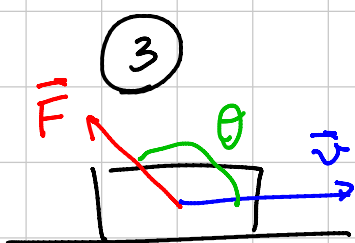
אם כיוון ההתקדמות הוא עז ציר ה-x, הכוח שהרכיב הניצב אליו  $F_y$  לא יגרום כלום לתיאוצה של האוף. הרכיב היחיד שיגרום לתיאוצה הוא  $F_x$

$$F_x = F \cos \theta$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \theta \quad \text{לכן:}$$

$\vec{F}$  הוא וקטור, וההעתק  $\vec{\Delta x}$  הוא וקטור, אך העבודה היא גודל סקלרי: אין לה כיוון. המכפלה בין  $\vec{F}$  ל- $\vec{\Delta x}$  נקראת מכפלה סקלרית = DOT PRODUCT

$$\vec{F} \cdot \vec{\Delta x} = |\vec{F}| |\vec{\Delta x}| \cos \theta = F \Delta x \cos \theta$$

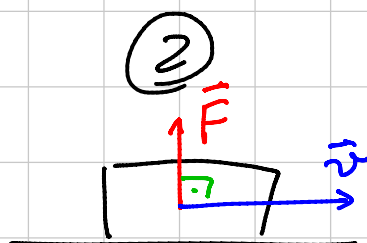


$$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$$

$$-1 < \cos \theta < 0$$

$$W = F \Delta x \cos \theta \quad \text{העבודה של הכוח}$$

היא שלילית  $\leftarrow K$  קטן

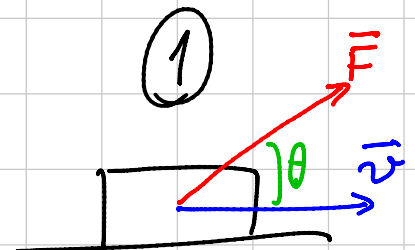


$$\theta = \pi/2$$

$$\cos \theta = 0$$

העבודה של הכוח

היא אפס.



$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$0 < \cos \theta < 1$$

$$W = F \Delta x \cos \theta \quad \text{העבודה של הכוח}$$

היא חיובית  $\leftarrow K$  גדול

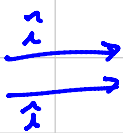
מכפלה סקלרית בין 2 וקטורים  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = 1$$

$$\hat{j} \cdot \hat{j} = 1$$

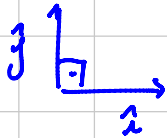


$$\theta = 0$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0 = 1$$

$$\hat{j} \cdot \hat{j} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0 = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{i} = 0$$



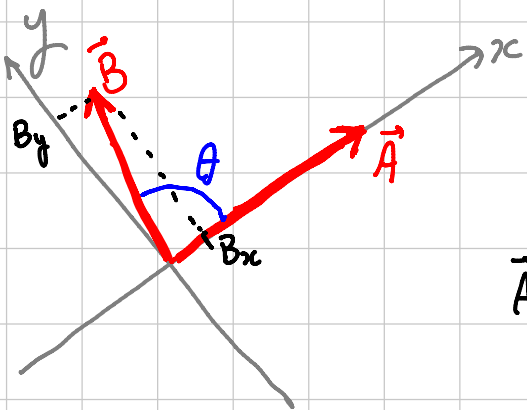
$$\hat{i} \cdot \hat{j} = 1 \cdot 1 \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

יחסים אלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) = A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \hat{i} \cdot \hat{j} + A_y B_x \hat{j} \cdot \hat{i} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$$

אם  $\vec{A}$  נמצא על ציר ה-x ו- $\vec{B}$  נמצא בזווית  $\theta$  ביחס אליו



$$\vec{A} = A \hat{i}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \hat{i} \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j}) = A B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A B_y \hat{i} \cdot \hat{j}$$

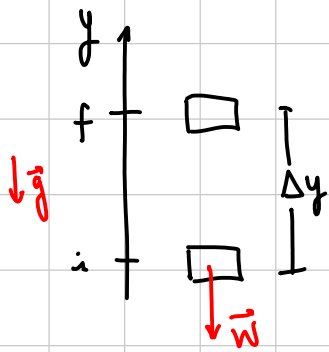
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A B_x = A B \cos \theta$$

$$B_x = B \cos \theta$$

$$B_y = B \sin \theta$$

עבודה של כוח הכבידה:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$



נבחר ביר  $y$  כלפי מעלה:

$$\vec{W} = m\vec{g} = -mg\hat{j}$$

$$\Delta \vec{y} = +\Delta y \hat{j}$$

הואף עולה:

מקרה 1:

$$W^{grav} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \vec{W} \cdot \Delta \vec{y} = (-mg\hat{j}) \cdot (\Delta y \hat{j})$$

$$\boxed{W^{grav} = -mg\Delta y}$$

העבודה של כוח הכבידה מודינה אנרגיה מהבול

מקרה 2: הואף יורד:

$$\Delta \vec{y} = -\Delta y \hat{j}$$

$$W^{grav} = \vec{W} \cdot \Delta \vec{y} = (-mg\hat{j}) \cdot (-\Delta y \hat{j})$$

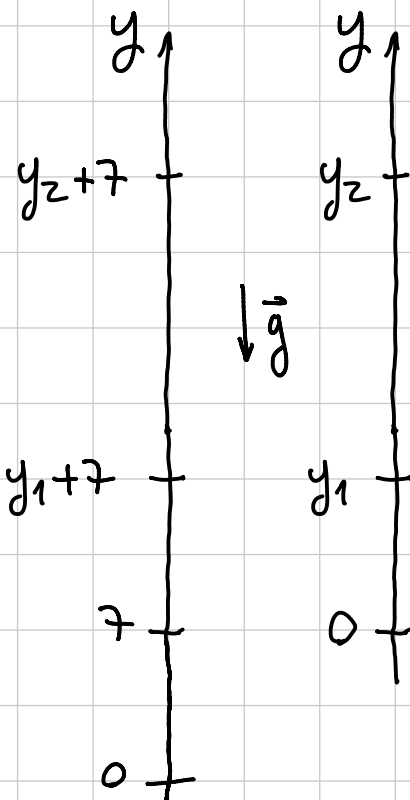
$$\boxed{W^{grav} = mg\Delta y}$$

העבודה של כוח הכבידה מוסיפה אנרגיה לבול

השווה בין  $\vec{y} \cdot \vec{y} = \delta$  ו- $\vec{W}$

$$\underline{W^{grav} = mg\Delta y \cos \theta}$$

כאן כלפי:



אם נבחר ביר  $x$  חזק:

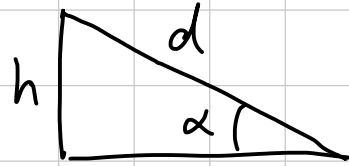
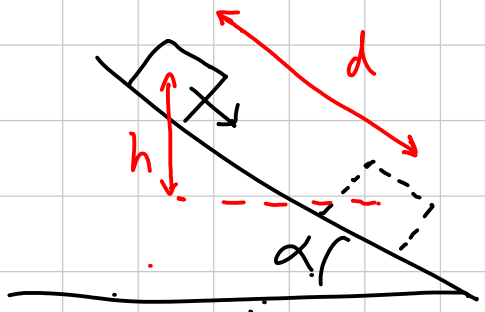
$$\Delta y_{חזק} = y_{2+7} - (y_{1+7}) = y_{2+7} - y_{1+7}$$

$$\Delta y_{חזק} = y_2 - y_1 = \Delta y_{ימין}$$

כל החישובים שנעשו יהיו בדיוק אותו הדבר! כוח הכבידה והעבודה של כוח הכבידה לא מרגישים השדה של מערכת הכבידה!

# תרגיל

קופסה מחליקה בשיפוע חלק, שזוויתו עם האופק הוא  $27^\circ$ . אם הקופסה מתחילה ממצב מנוחה, מה תהייה מהירות הקופסה אחרי ירידה של  $7\text{ m}$  בגובה?



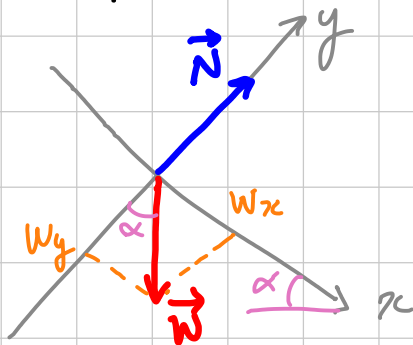
$$\sin \alpha = \frac{h}{d}$$

$$d = \frac{h}{\sin \alpha}$$

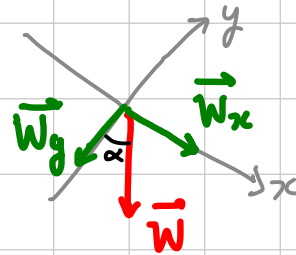
$$h = 7\text{ m}$$

$$\alpha = 27^\circ$$

$$v_f = ?$$



קראו מראש  
כיוון חובט



$$\vec{W} = \vec{W}_{xc} + \vec{W}_y$$

$$\vec{W}_{xc} = W \sin \alpha \hat{i}$$

$$\vec{W}_y = -W \cos \alpha \hat{j}$$

$$\vec{d} = \frac{h}{\sin \alpha} \hat{i}$$

$$\vec{F}^{NET} = \vec{W}_{xc} + \vec{W}_y + \vec{N}$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{W}_y + \vec{N} = 0 \quad \text{כיון מאונך כיוון y}$$

$$\vec{F}^{NET} = \vec{W}_{xc}$$

$$W = \vec{F}^{NET} \cdot \Delta \vec{r}$$

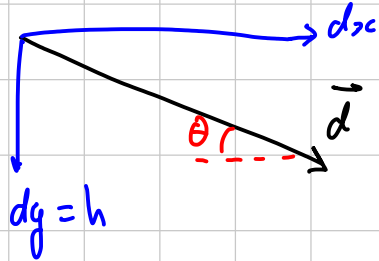
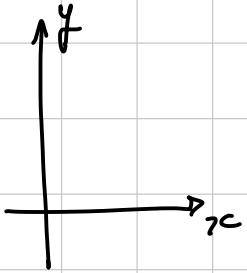
$$W = \vec{W}_{xc} \cdot \vec{d} = W \sin \alpha \hat{i} \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \hat{i} = W \cdot h = mgh$$

$$W = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$K_2 = mgh \rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgh \rightarrow v^2 = 2gh \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} = 11.7 \text{ m/s}$$

# האם ניתן לפתור בצורה גאוטית יותר?

- כוח הנורמל ניצב לכיוון התנועה, לכן הוא לא עושה עבודה.
- הכוח היחיד שעושה עבודה הוא כוח המשיכה:  $\vec{W}$ , והוא כלפי מטה
- ההעתק  $\vec{d}$  הוא:



$$\vec{d} = dx \hat{i} - dy \hat{j}$$
$$\vec{W} = -mg \hat{j}$$

העבודה של כוח המשיכה:  $W = \vec{W} \cdot \vec{d} = (-mg \hat{j}) \cdot (dx \hat{i} - dy \hat{j})$

$$W = -mg dy$$

$$W = mgh$$

$$W_{\text{NET}} = K_2 - K_1 = \frac{mv_2^2}{2}$$

$$mgh = \frac{mv_2^2}{2} \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$



# תבנית



ילדה מחליקה במדרון חלק. מה תהיה מהירות הילדה אחרי שירדה גובה של 5 m, בהינתן שהמהירות ההתחלתית שלה הייתה 3 m/s?

ראינו שהעבודה של כוח הכבידה היא  $W_g = mg\Delta y$   
 כאשר הגוף יורד. במקרה שלנו, כוח הכבידה הוא היחיד שעושה עבודה, מכיוון שהמרחק תמיד מאונק לכיוון התאעה.

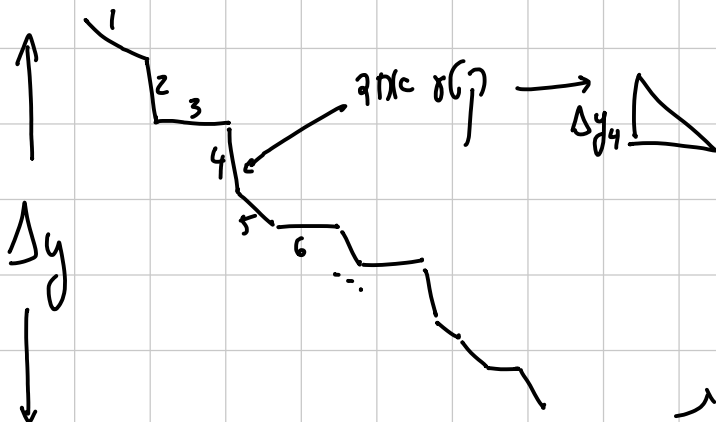
$$W_g = mg\Delta y = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$mg\Delta y = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\Delta y} \approx 10 \text{ m/s}$$

המסלול בכלל לא משנה, רק היכידה האנכית!

צריך אחרת: ניתן לחלק את המסלול לקטעים קטנים:

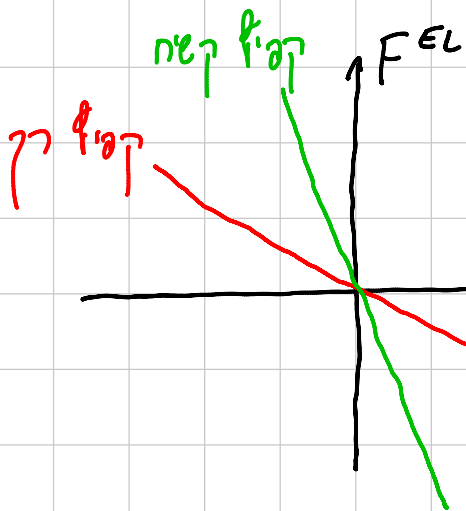
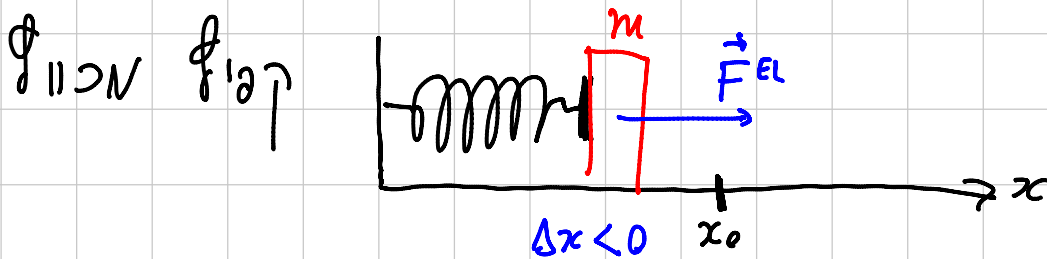
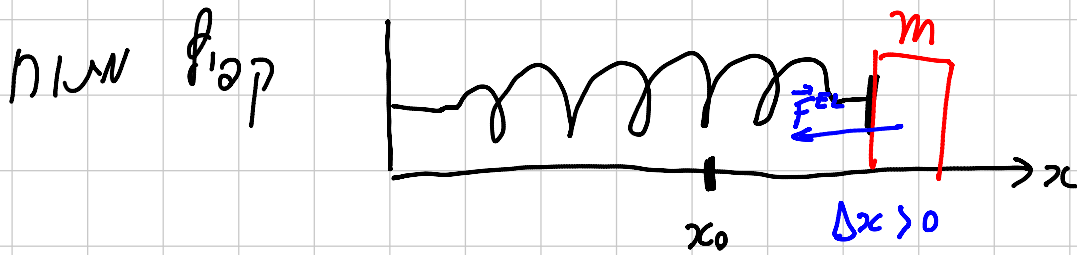
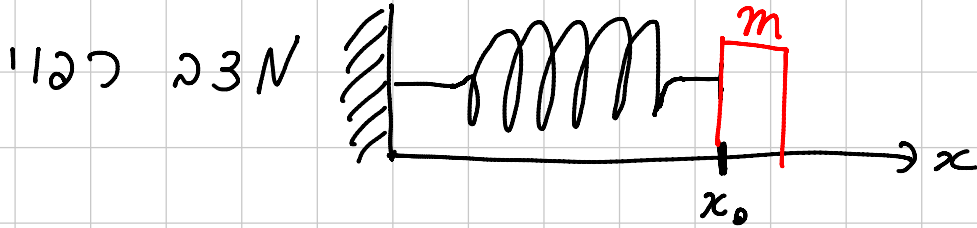


כל קטע נראה בדיוק כמו הטרביז הקודם:  
 $\Delta K_i = mg\Delta y_i$

אנחנו רק צריכים לסכום את כל הקטעים, ונקבל:

$$\Delta K^{\text{TOTAL}} = mg \sum \Delta y_i = mg\Delta y$$

# העבודה שמבצע כוח הקפיץ



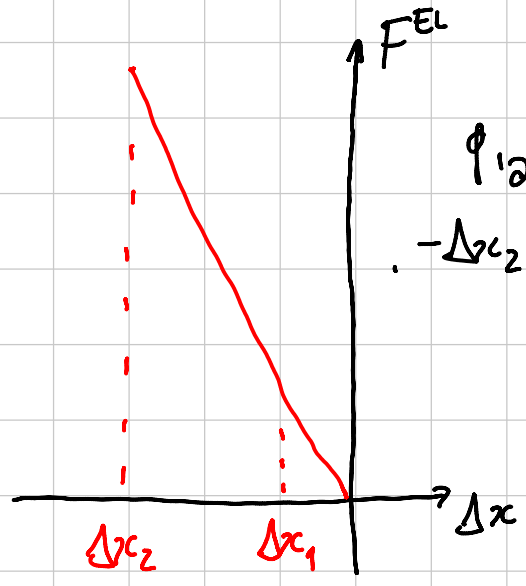
חוק הוק  
Hooke

$$\vec{F}^{EL} = -k \vec{\Delta x}$$

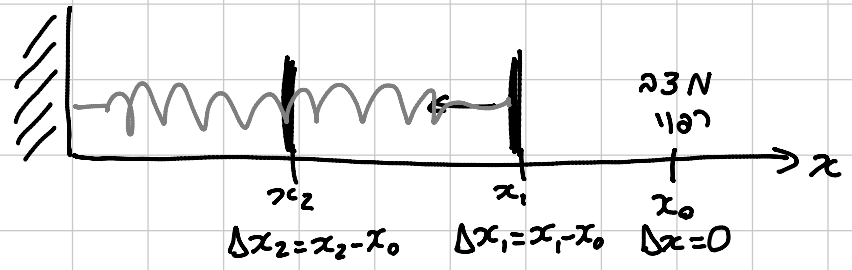
קבוע הקפיץ  $k$

$$k = \frac{\vec{F}^{EL}}{\vec{\Delta x}} \text{ (N m}^{-1}\text{)}$$

כוח הקפיץ הוא כוח מחסיר, מכיוון שהוא תמיד מכווץ כלפי המצב הכבוי, הוא מחסיר את המערכת למצב של איזון כוח.



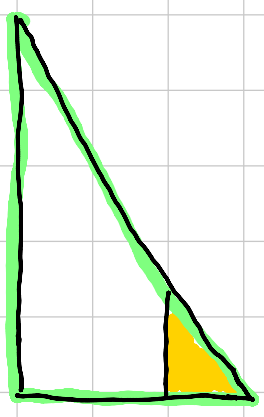
נצמיין מצבה שבו הקפיץ כבר מכווץ  
 וההעצק הוא  $-\Delta x_1$ , ומכווצים את הקפיץ  
 עוד יותר, עפ שהוא מתייז להעצק  $-\Delta x_2$ .  
 מה העבודה שהקפיץ עשה?



כוח הקפיץ תמיד כלפי ומין מנטי שהוא מכווץ.  
 ההעצק כלפי שמאל. לכן נצבה למצוא עבודה שלילית:

$$W = \vec{F}^{EL} \cdot \vec{\Delta x}$$

אי אפשר להשתמש בטמחה למעשה מכיוון שכוח הקפיץ משנה  
 עפ ההעצק. נמצא את העבודה על-ידי חישוב השטח  
 מתחת לעקומה  $F-x$ . השטח הוא



$$= \Delta x_2 \left( k \Delta x_2 \right) \frac{1}{2} - \Delta x_1 \left( k \Delta x_1 \right) \frac{1}{2}$$

↑ ↑  
הסיס בסיס  
המשולש המשולש

$$שטח = \frac{k(\Delta x_2)^2}{2} - \frac{k(\Delta x_1)^2}{2}$$

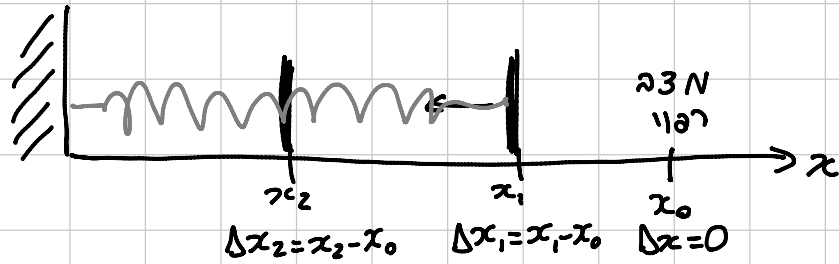
השטח הזה הוא עבודת חיובי.  
 כפי לקבל את העבודה  $W^{EL}$ , שהיא שלילית, נכתוב במינוס:

$$W^{EL} = \frac{k(\Delta x_1)^2}{2} - \frac{k(\Delta x_2)^2}{2}$$

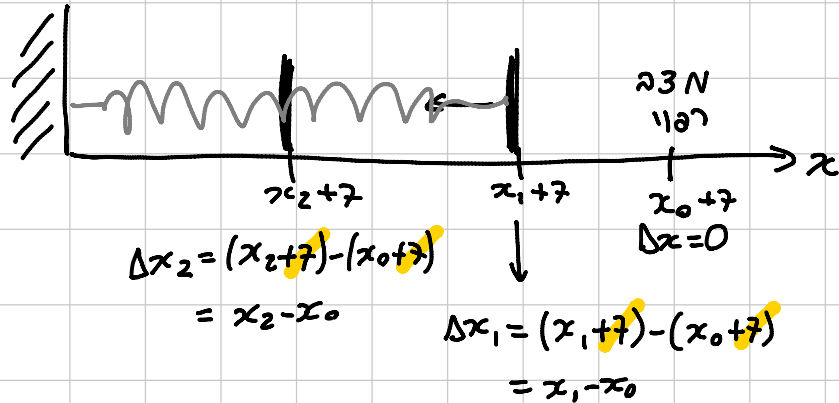
נהגה בציוק אורה המצאה אפ נחקור את  
 הצבחה של קפוף המצבה שמתימים אמתו. נעטו  
 שאת כעככיל היר.

מה היה קורה אילו היינו משימים את האשית  
 ציר ה- $x$ ?

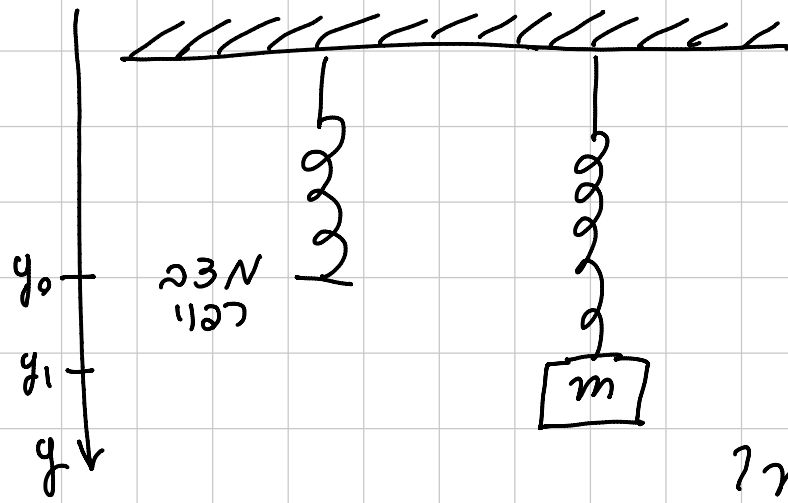
ציר  $x$  ישר



ציר  $x$  חזק



המצבה (או המצבה חזקה) של ציר ה- $x$  לא  
 משנה בכלל את חילוב הצבחה של הכוח האלסטי.  
 מכיוון שפ המצבה של הכוח האלסטי תלויה רק  
 בהצתק  $\Delta x$ , ולא בערך הסבבי של  $x$ , גם  
 הכוח האלסטי לא ישנה עם המצבה של הציר.

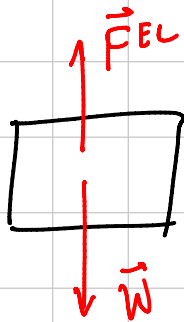


$$\vec{F}^{EL} = -k \Delta \vec{y}$$

$$\Delta \vec{y} = \vec{y}_1 - \vec{y}_0 = (y_1 - y_0) \hat{j} = \Delta y \hat{j}$$

מה יהיה הנאכוח של הקפיץ אם נטלה בו מסה  $m$ ?

צ'אזרמ גול כופטי :



$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}^{NET} = \vec{W} + \vec{F}^{EL} = m \vec{a} = 0$$

צ'יר  $y$  נכוון  
כעם נטה  $\downarrow$

$$\vec{W} = m \vec{g} = +mg \hat{j}$$

$$\vec{F}^{EL} = -k \Delta \vec{y} = -k \Delta y \hat{j}$$

$$\vec{W} + \vec{F}^{EL} = mg \hat{j} - k \Delta y \hat{j} = 0$$

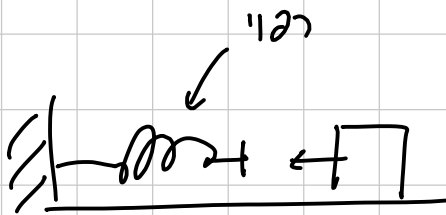
$$\Delta y = m \frac{g}{k}$$

$$m = \Delta y \frac{k}{g}$$

אשר תהאם קפיץ קבוע שלו יבוצ בי אמצע!  
NON!

# תרגיל

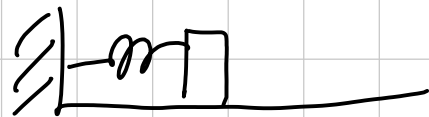
קופסה בעלת מסה  $0.40 \text{ kg}$  מחליקה על משטח חסר חיכוך במהירות  $0.5 \text{ m/s}$ .  
הקופסה מתנגשת בקפיץ בעל קבוע פקיץ  $k=750 \text{ N/m}$  ודוחסת אותו. מהו שיעור  
הכיווץ של הקפיץ כאשר הקופסה נעצרת באופן רגעי?



①

$$m = 0.40 \text{ kg}$$

$$v_i = 0.5 \text{ m/s}$$

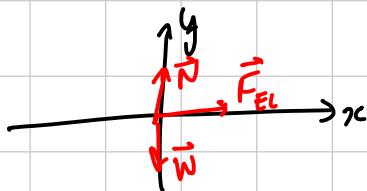


②

$$v_f = 0$$

$$k = 750 \text{ N/m}$$

המסמן הכינף, שקודם הכוחות קרא הכוח האלסטי.



משפט עבודה-אנרגיה:

$$W^{NET} = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$W^{NET} = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2 = -\frac{1}{2} k x_2^2$$
$$k_2 - k_1 = -k_1 = -\frac{m v_1^2}{2}$$

$$\frac{1}{2} k x_2^2 = \frac{m v_1^2}{2}$$

$$x_2^2 = \frac{m v_1^2}{k}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{m v_1^2}{k}} \approx 1.2 \text{ cm}$$

# POWER

# הספק

ההספק הממוצע

$$\langle P \rangle = \frac{\text{WORK}}{\text{TIME}}$$

$\langle P \rangle$ : כמה עבודה נעשתה בפסק זמן מסוים.  
 $P = \frac{W(\text{J})}{\Delta t(\text{s})} = \frac{W}{\Delta t} (\text{J/s})$  יחידות

ה-S.I. קוראים  $\text{J/s}$  - Watt, או בקיצור W.

# תרגיל

מה ההספק של מכונת בעלת מסה 800 kg שמאיצה מאפס ל-100 קמ"ש ב-6 שניות?

כמה העבודה היא כפי להקנות אנרגיה קינטית למכונה:

$$W = \Delta K = \frac{mv^2}{2} - 0$$

$$\langle P \rangle = \frac{\frac{mv^2}{2}}{\Delta t} = \frac{800}{2} \frac{(100)^2}{(3.6)^2 \cdot 6} = 51440 \text{ W} = \boxed{51 \text{ kW}}$$

kilo watt  
 $10^3 \text{ W}$

# תרגיל

קוט"ש (קילוואט שעה) עולה 47 אגורות למשתמש ביתי. כמה ג'אול רבקה הוציאה אם החשבון הדו-חודשי שלה עלה 600 ש"ח?

$$\text{kWh} = \text{kW} \cdot \text{h}$$

כפול! אחרי!  
אם בעים לא קילוואט ~~שעה~~ !!

קילוואט שעה היא יחידת אנרגיה. זו כמות האנרגיה שהספק של קילוואט ( $10^3 \text{ W}$ ) נוטן במשך שעה שלמה.

$$1 \text{ קוט"ע} = 47 \text{ אגורא}$$

$$600 \text{ ל"ח} = 600 \left( \frac{100 \text{ אגורא}}{1 \text{ ל"ח}} \right) \left( \frac{1 \text{ קוט"ע}}{47 \text{ אגורא}} \right) = \frac{600 \cdot 100}{47} \text{ קוט"ע}$$

$$1 \text{ קוט"ע} = 10^3 \text{ W} \cdot \text{h}$$

$$1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{\text{s}}$$

$$600 \text{ ל"ח} = \frac{600 \cdot 100 \text{ קוט"ע}}{47} \left( \frac{10^3 \text{ W} \cdot \text{h}}{1 \text{ קוט"ע}} \right) \left( \frac{1 \text{ J/s}}{1 \text{ W}} \right) \left( \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \right)$$

$$600 \text{ ל"ח} = \frac{600 \cdot 100}{47} \cdot 10^3 \cdot 3600 \text{ J} = 4.6 \cdot 10^9 \text{ J} = \boxed{4.6 \text{ GJ}}$$

אדם עולה במדרגות בניין ה-Empire State בניו-יורק בעשר דקות. נתון כי גובה הבניין הוא 320 m, ומסת האדם 70 kg.  
א. כמה אנרגיה (בג'אולים) האדם הוציא?  
ב. מה היה ההספק הממוצע שלו?

גרסיו

הצבאה להאבס צטה הוסקצה הלהצלות  
אך דאלו ה- 320m

$$W = mgh = 70 \cdot 9.8 \cdot 320 = 220 \text{ kJ}$$

$$1 \text{ cal} = 4.2 \text{ J} \quad \text{כמה סה בקלוריות?}$$

$$W = 220 \text{ kJ} \left( \frac{1 \text{ cal}}{4.2 \text{ J}} \right) = \boxed{52 \text{ kcal}}$$

X



52 קילוקלוריות זה כמות מים שיש העוזייה אחת!  
15 האנרגיה הנדרשת כדי להקנות למסה של 72 קג  
גובה של 320 מ. גוף האדם קוצט הכרה יותר ממה  
כדי למצוא עם פעילות תקינה הגופו.

$$P = \frac{220 \text{ ג'ק}}{10 \text{ min}} \left( \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 366 \frac{\text{ג'ק}}{\text{ס}} = 366 \text{ W}$$

1